

රුහුණ විශ්වවිද්‍යාලය
සාමාන්‍ය විද්‍යා උපාධි පලමු ස්ථලය
(පලමු සමාසික පරීක්ෂණය)

2015 ජූනි/ජූලි

විෂයය: ගණිතය

පාඨමාලා ඒකකය: MAT112δ/MAM112α (අවකල සමීකරණ)

කාලය: පැය එකයි (01)

ප්‍රශ්න 02 දෙකකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න

1. a) $\frac{dy}{dx} = \frac{ax + by + c}{a_1x + b_1y + c_1}$ ආකාරයේ අවකල සමීකරණයක විසඳුම ලබා ගන්නා ආකාරය පැහැදිලි කරන්න. මෙහි a, b, c, a_1, b_1, c_1 නියත වේ.

පහත දැක්වෙන අවකල සමීකරණය විසඳන්න:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x + 2y - 3}{2x + y - 3}$$

b) $n \neq 0$ සහ $n \neq 1$ විට

$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)y^n$ ආකාරයේ අවකල සමීකරණයක් විසඳන අයුරු පැහැදිලි කරන්න; මෙහි $P(x)$ සහ $Q(x)$ යනු x හි පමණක් ශ්‍රිත වේ.

$x \frac{dy}{dx} + y = y^2 \ln x$ අවකල සමීකරණය විසඳන්න.

c) $y = px + p - p^2$; අවකල සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම හා අපූර්ව විසඳුම සොයන්න.

මෙහි $p = \frac{dy}{dx}$ වේ.

2. a) $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ අවකල සමීකරණය සපිරි වීම සඳහා $M(x, y)$ සහ $N(x, y)$ මගින් තෘප්ත කල යුතු අනිවාර්ය හා ප්‍රමාණවත් අවශ්‍යතාවයක් ප්‍රකාශ කරන්න.

$$\left(\cos x \ln(2y - 8) + \frac{1}{x} \right) dx + \left(\frac{\sin x}{y - 4} \right) dy = 0$$

අවකල සමීකරණය සපිරි බව පෙන්වා එමගින් එහි විසඳුම සොයන්න.

b) $(5x^3 + 12x^2 + 6y^2)dx + 6xydy = 0$ අවකල සමීකරණය සපිරි වීම සඳහා සුදුසු අනුකල සාධකයක් සොයා එමගින් එහි විසඳුම සොයන්න.

c) $x^2 - 2\lambda x + y^2 = 4$, වක්‍ර කුලයෙහි ප්‍රලම්භ පරාවක්‍ර කුලය සොයන්න; මෙහි λ යනු පරාමිතියකි.

3. a) $F(D) \equiv a_0 D^n + a_1 D^{n-1} + \dots + a_n$ සහ a යනු නිශ්ශුන්‍ය නියතයක් නම්

(i) $\frac{1}{F(D)} \{e^{ax} V(x)\} = e^{ax} \frac{1}{F(D+a)} \{V(x)\}$ බව සහ

(ii) $\frac{1}{F(D^2)} \{\cos ax\} = \frac{1}{F(-a^2)} \{\cos ax\}$, $F(-a^2) \neq 0$ වීම

බව සාධනය කරන්න. මෙහි $D \equiv \frac{d}{dx}$ වේ.

පහත දැක්වෙන අවකල සමීකරණය විසඳන්න:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + y = \sin x \sin 2x.$$

b) $\frac{d^2 x}{dt^2} - 3x - y = e^t$

$\frac{dy}{dt} - 2x = 0$

යන සමගාමී අවකල සමීකරණ විසඳන්න.