# රුහුණ විශ්වවිද්‍යාලය

## සාමාන්‍ය විද්‍යාවේදී උපාධි

## (දෙවන ස්ථල) පළමු සමාසික පරීක්ෂණය -ජුනි/ජූලි 2015

විෂයය : ව්‍යවහාරික ගණිතය/කර්මාන්ත ගණිතය :
: පාඨමාලා ඒකකය : AMT211$\beta$/ AMT211$\beta$ (තරල ගතිකය) කාලය: පැය දෙකයි (02)
:

**ප්‍රශ්ණ 04 කට <u>පමණක්</u> පිළිතුරු සපයන්න**

---

**1.** සුපුරුදු අංකනයෙන් චලනය වන තරලයක් සඳහා සාන්තත්‍ය සමීකරණය
$\dfrac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho \underline{q}) = 0$ ආකාරයෙන් ලබා ගන්න.
තරලය අසම්පීඩ්‍ය නම්, $div\underline{q} = 0$ බව අපෝහණය කරන්න.
$\underline{q} = \dfrac{k^2(-y\underline{i} + x\underline{j})}{x^2 + y^2}$ මඟින් දෙනු ලබන තරල චලිතය අසම්පීඩ්‍ය තරල චලිතයක් නිරූපනය කරනු ලබන බව පෙන්වන්න. මෙහි $k$ යනු නියතයකි. අදාල අනාකූල රේඛා වල සමීකරණ නිර්ණය කරන්න. මෙම චලිතය විභව ආකාරයේ චලිතයක්දැයි පරීක්ෂා කර එවැනි චලිතයක් නම් ප්‍රවේග විභවය සොයන්න.

---

**2.** (අ) චලනය වන තරලයක් සඳහා වන ඔයිලර් සමීකරණය $\underline{F} - \dfrac{1}{\rho}\underline{\nabla} P = \dfrac{D\underline{q}}{Dt}$ මඟින් දෙනු ලැබේ. මෙහි $\underline{F}$ යනු ඒකක ස්කන්ධයක් මත ක්‍රියා කරන බාහිර බලයද, $P$ යනු පීඩනයද, $\rho$ යනු තරලයේ ඝනත්වය සහ $\underline{q}$ යනු තරල අංශුවේ ප්‍රවේගයද වේ.
බාහිර බලය සන්තතික වේ නම්, ඉහත සමීකරණය භාවිතා කර අසම්පීඩ්‍ය තරලයක නිර්භ්‍රමණ චලිතයක් සඳහා වන බ'නූලි සමීකරණය ලබා ගන්න.

(ආ) බාධකයක් නොමැති විට ප්‍රවේගය $-v\underline{i}$ වූ ඒකාකාරීව චලිත වන අසම්පීඩ්‍ය නිර්භ්‍රමණ තරලයක් තුල අරය $a$ වන අනන්ත දිගැති වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක් සිරස්ව අචලව පවතී. මෙහි $v$ යනු නියතයක් සහ $\underline{i}$ යනු සිලින්ඩරයේ අක්ෂයට ලම්භකවූ OX දිශාවට වන ඒකක දෛශිකය වේ. $P$ යනු $OP = r \geq a$ වන පරිදි වූ තරලය තුල ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ගන්න. මෙහි O යනු සිලින්ඩරයේ අක්ෂය මත වූ ලක්ෂ්‍යයකි.

(i) තරලයේ ඕනෑම ලක්‍ෂයකදී ප්‍රවේග විභවය සහ
(ii) සිලින්ඩරය මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයකදී ප්‍රවේගය

සොයන්න.

$P_\infty > \frac{3\rho v^2}{2}$ වේ නම්, සිලින්ඩරයේ පෘෂ්ඨය මත සෑම තැනකදීම පීඩනය ධන වන බව පෙන්වන්න. මෙහි $P_\infty > 0$ යනු අනන්තයේදී පීඩනය වේ.

---



සම්බන්ධිතයි.

**3.** $\rho$ ඒකාකාර ඝනත්වයෙන් යුත් සුස්‍රාවී තරලයක් නිර්භ්‍රමණ චලිතයේ යෙදේ. $S$ නම, පෘෂ්ඨයක් මඟින් අන්තර්ගත කරන ලද තරලයේ චාලක ශක්තිය වන $T$, $T = -\frac{1}{2}\rho \int_S \phi \frac{\partial \phi}{\partial n} ds$ මඟින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.මෙහි $\phi$ යනු ප්‍රවේග විභවයද, $\underline{n}$ යනු $S$ හි $ds$ පෘෂ්ඨ අංශු මාත්‍රයට තරලය තුලට ඇදි ලම්භක ඒකක දෛශිකයද වේ. තරලය අනන්තයේදී නිසල වේ.

අරය $b$ වූ ඝන ගෝලයක් හා ඒක කේන්ද්‍රීය අරය $a(>>b)$ වූ ඝන ගෝලීය කබොලක් අතර අවකාශයෙහි අසම්පීඩ්‍ය තරලයක් පුරවා ඇති අතර ඝන ගෝලයට $\underline{u}$ ප්‍රවේගයක් ඇත. කබොල නිස්චලතාවයේ පවතී නම, $(Ar + \frac{B}{r^2})cos\theta$ මඟින් චලිතයෙහි ප්‍රවේග විභවය දැක්වීම සඳහා $A$ හා $B$ හි අගයන් සොයන්න.

තරලයේ චාලක ශක්තිය $\frac{\pi \rho b^3 u^2 (2b^3 + a^3)}{3(a^3 - b^3)}$ බව සාධනය කරන්න.
මෙහි $\rho$ යනු තරලයේ ඝනත්වය වේ.
$a \to \infty$ අවස්ථාව සාකච්ඡා කරන්න.

---

**4.** $OX$ අක්ෂය ඔස්සේ $\underline{u}$ ප්‍රවේගයක් සහිත නිර්භ්‍රමන චලිත ප්‍රවාහයක මූලයෙහි ප්‍රබලතාව $m$ වන සරල ප්‍රභවයක් තබා ඇත. ප්‍රවාහයේ ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක ප්‍රවේග විභවය $\frac{m}{r} - urcos\theta$ බව සාධනය කරන්න.
මෙහි $r = OP$ වන අතර $\theta$ යනු $XOP$ කෝණය වේ.
$P$ ලක්ෂ්‍යයේදී ප්‍රවේග සංරචක $XOP$ තලය මත පිළිවෙලින් $OP$ දිශාවට හා $OP$ ට ලම්බක දිශාවට $(\frac{m}{r^2} + ucos\theta, -usin\theta)$, බව ඌතනය කරන්න.
එමඟින් අනාකුල රේඛා වල සමීකරණ
$r\frac{dr}{d\theta} + r^2 cot\theta = \frac{-m}{usin\theta}$ මඟින් දෙනු ලබන බවද, අනාකුල රේඛා $ur^2 \sin^2\theta - 2mcos\theta =$ නියතයක් පෘෂ්ඨය මත පිහිටන බවද පෙළවන්න.

---

**5.** $y = 0$ දෘඩ මායිමක් ලෙස ඇති හා $y > 0$ අර්ධ තලයේ $-v\underline{i}$ ප්‍රවේගයෙන් ගලා යන නියත ඝනත්වයක් සහිත අර්ධ අපරිමිත තරලයක ප්‍රබලතාව $\mu\underline{i}$ වන ද්වි ධ්‍රැවයක් $z = ia$ ලක්ෂ්‍යයෙහි පිහිටා ඇත. චලිතයෙහි සංකීර්ණ විභවය
$W(z) = vz + \frac{2\mu z}{z^2 + a^2}$ බව පෙන්වන්න.

තවද, $0 < \mu < 4a^2 v$ නම මායිම මත නිසලන ලක්ෂ්‍ය නොමැති බව පෙන්වා මූලයේදී පීඩනය අවම බවද, $x = \pm a\sqrt{3}$ ලක්ෂ්‍යයන්හිදී පීඩනය උපරිම බවද පෙන්වන්න.

---

**6.** මිලන් තොමසන් වෘත්ත ප්‍රමෙයය සහ එහි විස්තිරනය ප්‍රකාශ කරන්න.
අවල $|z| = 2a$ වෘත්තාකාර මායිම තුල $(a, 0)$ සහ $(-a, 0)$ ලක්ෂ්‍ය වල පිළිවෙලින් $m$ සමාන ප්‍රබලතාවකින් යුත් ප්‍රභවයක් හා ආපායනයක් තබා ඇත.
අනාකුල රේඛා $16a^2y^2 + \lambda y(r^2 - 4a^2) = (r^2 - 16a^2)(r^2 - a^2)$ මඟින් දෙනු ලබන බවද, $(2a, \theta)$ ලක්ෂ්‍යයේදී තරල වේගය $\frac{20m \sin\theta}{a(17 - 8\cos 2\theta)}$ බවද, පෙන්වන්න.
මෙහි $\lambda$ යනු නියතයකි.

---



අවසාන පිටුව.