

රුහුණ විශ්ව විද්‍යාලය
විද්‍යාවේදී කාමාන්‍ය උපාධි
දෙවන ස්ටර (පළමු සමාසිකය) පරීක්ෂණය -2015 ජූලි

විෂයය: ගණිතය

පාඨමාලා ඒකකය: MAT211β/MPM2113: ඒකීය විෂය

කාලය: පැය දෙකයි (02).

ප්‍රශ්න 04 කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න

(1) (අ) $A = [a_{ij}]$ යනු n වන ගණයේ සමවතුරු න්‍යාසයක් යයි ගනිමු. සම්මත අංකනයෙන්

- (i) $A(\text{කමි}(A)) = |A|I_n$ සහ
- (ii) $|(\text{කමි}(A))| = |A|^{n-1}$ බව සාධනය කරන්න.

(i) භ්‍රාමකේතී ප්‍රථමය භාවිතා කරමින් $A^{-1} = \frac{(\text{කමි}(A))}{|A|}$ බව අපෝනනය කරන්න.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ න්‍යාසය සඳහා ඉහත (i) සහ (ii) සත්‍යාපනය කරන්න.}$$

(ආ) “සුගම න්‍යාසයක්” අර්ථ දක්වන්න.

සෑම A අනුප්‍රව සමවතුරු න්‍යාසයක්ම සුගම න්‍යාස වල ගුණිතයක් ලෙස ලිවිය හැකි බව සාධනය කරන්න.

සුගම ජේලි පරිණාමන භාවිතයෙන්

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 4 \\ 2 & 4 & -5 \end{pmatrix}$$

න්‍යාසයේ ප්‍රතිලෝමය සොයන්න.

(2) (අ) A න්‍යාසයක අභිලම්භ ආකාරය අර්ථ දක්වන්න.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & -3 & -6 \\ 3 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

න්‍යාසය එහි අභිලම්භ ආකාරයට උනනය කරන්න.

එමගින් A හි තරාව සොයන්න.

(අ) V දෛශික අවකාශයක නොහිස් උපකුලකයක් වන W යන්න V හි උප අවකාශයක් වීම සඳහා අනිවාර්ය හා ප්‍රමාණවත් අවශ්‍යතාවයන් ප්‍රකාශ කරන්න.

V දෛශික අවකාශයක් සඳහා S පදනමක් අර්ථ දක්වන්න.

පහත උපකුලක වලින් කවරක් \mathbb{R}^3 හි උප අවකාශයක් වන්නේදැයි තීරණය කරන්න.

(i) $W = \{(x_1, x_2, 5) \mid x_1, x_2 \in \mathbb{R}\}$

(ii) $W = \{(x_1, x_2, x_1 + x_2) \mid x_1, x_2 \in \mathbb{R}\}$

W උප අවකාශයක් වන අවස්ථාවේදී W සඳහා පදනමක් සොයා මාන(W) ද සොයන්න.

(3) (අ) $T: \mathcal{P}_5 \rightarrow \mathcal{P}_3$ ශ්‍රිතයක්

$$T(f(x)) = \frac{d^2}{dx^2}(f(x)) \text{ මගින් අර්ථ දැක්වේ.}$$

මෙහි \mathcal{P}_n යනු n වන ගණයේ බහුපදයන්ගෙන් යුත් ඒකජ අවකාශය වේ.

- (i) T ඒකජ බව,
- (ii) $\{1, x\}$ යනු මූලය(T) සඳහා පදනමක් බව,
- (iii) $\{1, x, x^2, x^3\}$ යනු ප්‍රතිබිම්බ(T) සඳහා පදනමක් බව,

සාධනය කරන්න.

(iv) මාන(\mathcal{P}_5) = මාන(මූලය(T)) + මාන(ප්‍රතිබිම්බ(T)) බව සත්‍යාපනය කරන්න.

(ආ) විකර්ණාමනය කළ හැකි න්‍යාසයක් යන්නෙන් අදහස් කරන්නේ කුමක්දැයි පැහැදිලි කරන්න.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{යයි ගනිමු.}$$

$P^{-1}AP$ විකර්ණාමනය වන පරිදි P න්‍යාසයක් සොයන්න.
ඔබේ පිළිතුර සාධාරණීකරණය කරන්න.

(4) $A_{m \times n} X_{n \times 1} = D_{m \times 1}$ සමජාතීය නොවන ඒකජ සමීකරණ පද්ධතියට

- (i) අනන්‍ය විසඳුමක් පවතින්නේ
- (ii) විසඳුම් නොපවතින්නේ
- (iii) අපරිමිත විසඳුම් පවතින්නේ

කුමන අවශ්‍යතාව යටතේදැයි පැහැදිලිව ප්‍රකාශ කරන්න.

(අ) $c = 2b - a$ නොවන්නේ නම්

$$2x - 2y + 3z = a$$

$$3x + 2y + z = b$$

$$4x + 6y - z = c$$

ඒකජ සමීකරණ පද්ධතියට විසඳුම් නොපවතින බව පෙන්වන්න.

(ආ)

$$3x + y + 2z = 3$$

$$2x - 3y - z = -3$$

$$x + 2y + \alpha z = \beta$$

ඒකජ සමීකරණ පද්ධතියට

(i) අනන්‍ය විසඳුමක් පවතින පරිදි

(ii) විසඳුම් නොපවතින පරිදි

(iii) අපරිමිත විසඳුම් පවතින පරිදි

α සහ β අගයන් නිර්ණය කරන්න.

ඒකජ පද්ධතිය සංගත වන අවස්ථා දෙකේදී විසඳුම් සොයන්න.

(5) $A_{n \times n}$ න්‍යාසයක අයිගන් අගය සහ අනුරූප අයිගන් දෛශිකය යන්නෙන් අදහස් කරන්නේ කුමක්දැයි අර්ථ දැක්වන්න.

A සහ B යනු $n \times n$ සමරූපී න්‍යාස දෙකක් නම් ඒවාට එකම අයිගන් අගයන් පවතින බව පෙන්වන්න.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{pmatrix} \text{ න්‍යාසය සලකන්න.}$$

(i) A න්‍යාසයේ ලක්ෂණික සමීකරණය $\lambda^3 - 12\lambda - 16 = 0$

මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

(i) $\lambda = 4$ න්‍යාසයේ එක් අයිගන් අගයක් බව පෙන්වන්න.

(ii) න්‍යාසයේ අනෙක් අයිගන් අගයන් සොයන්න.

(iii) න්‍යාසයේ අනුරූප අයිගන් දෛශික සොයන්න.

(iv) එක් එක් අයිගන් අවකාශ සඳහා පදනම් සොයන්න.

