University of Ruhuna

Bachelor of Science General Degree

Level I (Semester II) Examination-December-2016

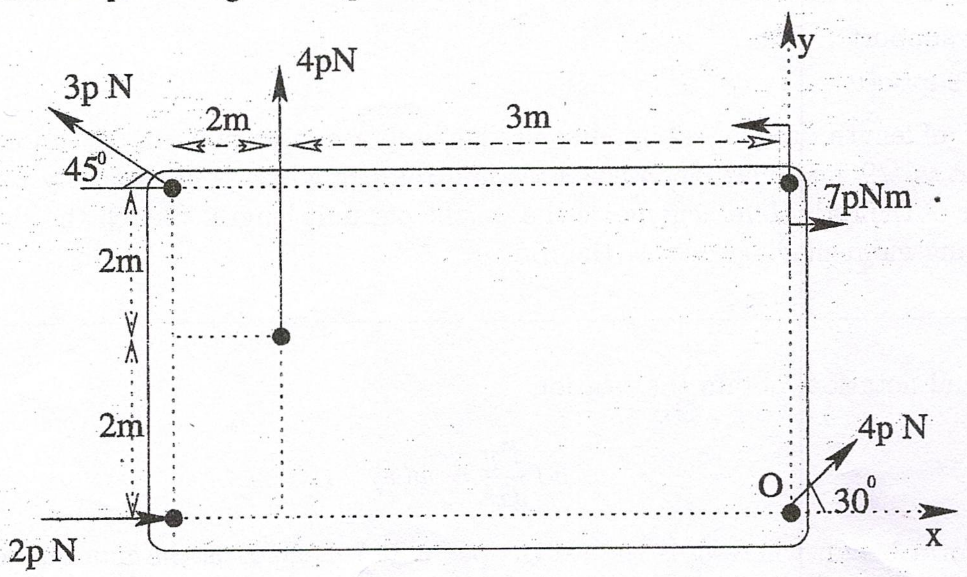
Subject: Industrial Mathematics/ Applied Mathematics
Course Unit: AMT121β/ IMT121β/MAM1213
(Classical Mechanics-II- Statics) . **Time:** Two (02) Hours

Answer Four (04) Questions Only

---

1. (a) Explain the followings:
   (i) Concurrent and coplanar forces,
   (ii) Non-concurrent and coplanar forces,
   (iii) Concurrent and non-coplanar forces,
   (iv) Non-concurrent and non-coplanar forces.

   (b) (i) Determine the magnitude of the resultant and the direction of the resultant of the four forces and a couple acting on the plate as shown in the following figure:



   Assume that O is the reference point.
   (ii) Obtain the equation of the line of action of the resultant.

   (c) (i) Explain clearly what is a couple.
   (ii) Give two examples for places where couples are applied practically.

2. (a) (i) If a system is equivalent to a single force $R(\neq 0)$ and a couple $G(\neq 0)$ at origin O, then show that it can be reduced to a wrench at another point O′.

(ii) Derive the equation of the central axis of the wrench in the form

$$\frac{L - yZ + zY}{X} = \frac{M - zX + xZ}{Y} = \frac{N - xY + yX}{Z},$$

where X, Y and Z are the components of R and L, M and N are the components of G along the axes.

(b) The forces P and $2P$ act respectively along the axis of x and along the generator of the cylinder $x^2 + y^2 = 3^2$. Show that the equation of the cylinder which central axis of the system lies on is,

$$\left(\frac{2x - z}{6}\right)^2 + \left(\frac{5y}{12}\right)^2 = 1.$$

---

3. (a) Briefly explain each of the following terms by drawing diagrams;

(i) pinned supports,

(ii) roller supports,

(iii) fixed supports.

(b) A uniform of length l rod is rest upon two roller supports at its point of trisections. A couple of moment $wl^2/9$ is applied clockwise direction to a peg which is horizontally fixed through the center of the rod. Here, w denotes the weight per unit length. Sketch the shearing force and bending moment diagrams for the rod.

---

4. (a) In the usual notation, obtain the relation

$$EI\frac{d^4y}{dx^4} = w(x)$$

for a uniform beam, where w is the weight per unit length, E is the modulus of elasticity and I is the moment of inertia of the cross section about its neutral axis. When M be the bending moment at x distance away from the left hand side of the beam, you may assume that

$$EI\frac{d^2y}{dx^2} = M.$$

(b) Consider a simply supported AB beam of length L carries uniformly distributed load w per unit length. Find the equation of the elastic curve and the maximum deflection of the beam.

---

5. (a) Obtain the equation of the common or the uniform catenary by:

(i) intrinsic form,

(ii) cartesian form.

Continued...

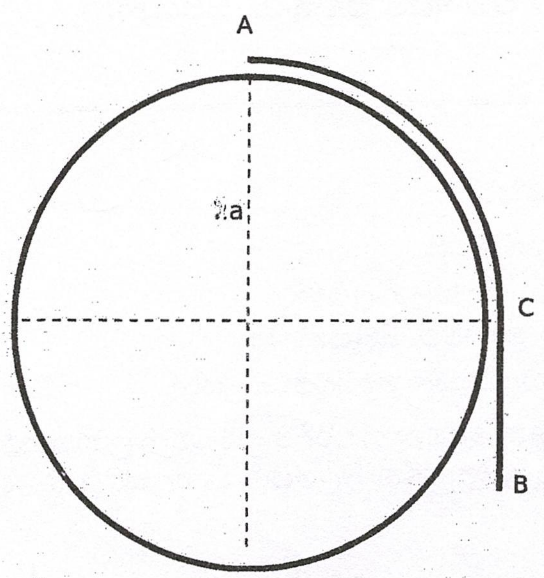
(b) A rope of length $4a$ and weight w per unit length fix to two points at the same level such that the rope is in equilibrium in the vertical plane with sag $2b$. Show that the horizontal component of the tension of the rope at the lowest point T_0, is given by

$$\frac{w(a^2 - b^2)}{b}$$

(prove all the relations that you may use).

---

6. A uniform heavy chain ACB is in equilibrium on the upper surface of a rough vertical circle of radius a such that A be at the highest point of the circle and the CB portion is hanging vertically as shown in the following figure.



a) In the usual notaton, mark all the forces acting on the chain,

b) Find the resolved parts of the forces along and perpendicular to the tangent at any point on the chain that touch with the circle.

c) Show that the greatest length of the hanging portion of the chain is

$$\frac{2\mu + (\mu^2 - 1)e^{\mu\pi/2}}{1 + \mu^2},$$

where μ is the coefficient of friction between chain and rough circle.

රුහුණ විශ්වවිද්‍යාලය

සාමාන්‍ය විද්‍යා උපාධි පළමු ස්ථල (දෙවන සමාසික)
පරීක්ෂණය දෙසැම්බර්-2016

විෂයය: කාර්මික ගණිතය/ ව්‍යවහාරික ගණිතය
පාඨමාලා ඒකකය: AMT121β/IMT121β/MAM1213
(පෞරාණික යාන්ත්‍රවිද්‍යාව- II -ස්ථිතිකය)

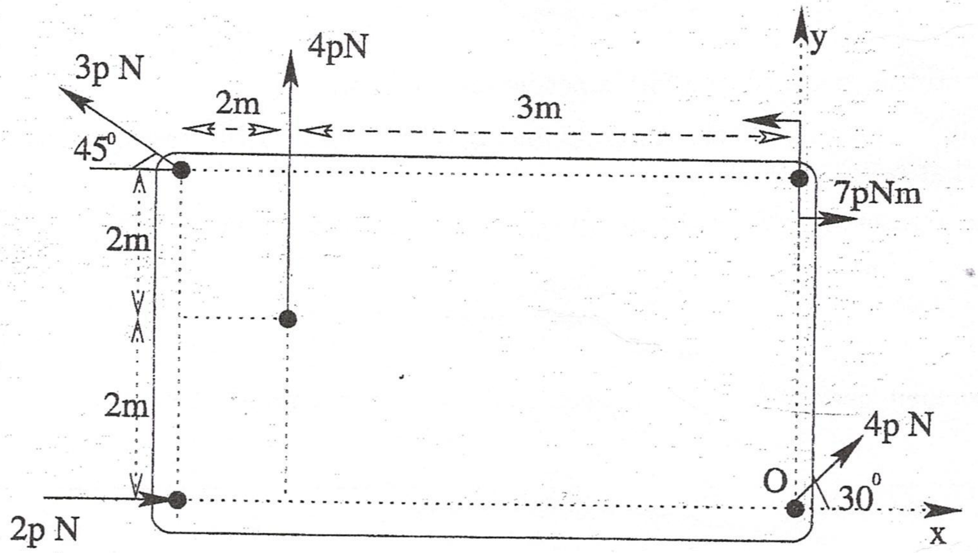
කාලය: පැය දෙක (02) යි

ප්‍රශ්න 04 කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න

---

1. (අ) පහත සඳහන් දෑ විස්තර කරන්න:
   (i) ඒකලක්ෂ්‍යය හා ඒකතල බලයන්,
   (ii) ඒකලක්ෂ්‍යය නොවන හා ඒකතල බලයන්,
   (iii) ඒකලක්ෂ්‍යය හා ඒකතල නොවන බලයන්,
   (iv) ඒකලක්ෂ්‍යය නොවන හා ඒකතල නොවන බලයන්.

   (ආ) (i) පහත සඳහන් රූප සටහනේ පෙනෙන පරිදි තලය මත බල හතරක් සහ යුග්මයක් ක්‍රියාත්මක වන විට එහි සම්ප්‍රයුක්ත බලයෙහි විශාලත්වය හා දිශාව නිර්ණය කරන්න.



O යනු සමුද්දේශ ලක්ෂ්‍යය ලෙස උපකල්පනය කරන්න.

(ii) සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය ලබා ගන්න.

සම්බන්ධිතයි.

(ඇ) (i) යුග්මයක් යනු කුමක්දැයි පැහැදිලිව විස්තර කරන්න.

(ii) යුග්මයන් ප්‍රායෝගිකව යෙදෙන අවස්ථාවන් සඳහා උදාහරණ දෙකක් දෙන්න.

---

2. (අ) (i) බල පද්ධතියක් O මූලයේදී $R(\neq 0)$ තනි බලයකට සහ $G(\neq 0)$ යුග්මයකට තුල්‍ය වේ නම් එය O′ නම් වෙනත් ලක්ෂ්‍යයකදී ප්‍රකුංචයකට ඌනනය කල හැකි බව පෙන්වන්න.

(ii) ප්‍රකුංචයේ කේන්ද්‍රික අක්ෂ්‍යයේ සමීකරණය

$$\frac{L - yZ + zY}{X} = \frac{M - zX + xZ}{Y} = \frac{N - xY + yX}{Z},$$

ආකාරයෙන් ව්‍යුත්පන්න කරන්න; මෙහි X, Y සහ Z යනු R හි සංරචකද L, M සහ N යනු G හි සංරචකද වේ.

(ආ) P සහ $2P$ යන බලයන් පිළිවෙලින් x අක්ෂය ඔස්සේ සහ $x^2+y^2 = 3^2$ යන සිලින්ඩරයේ ජනකය ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. පද්ධතියේ ප්‍රධාන අක්ෂය පිහිටන සිලින්ඩරයේ සමීකරණය

$$\left(\frac{2x - z}{6}\right)^2 + \left(\frac{5y}{12}\right)^2 = 1$$

බව පෙන්වන්න.

---

3. (අ) පහත සඳහන් එක් එක් පද රූප සටහන් අඳ කෙටියෙන් විස්තර කරන්න:

(i) කුරු ලු ආධාරකය,

(ii) පෙරලෙන ආධාරකය,

(iii) අචල ආධාරකය.

(ආ) දිග l වන ඒකාකාර දණ්ඩක් එහි ත්‍රිච්ඡේදන ලක්ෂ්‍යයන්හිදී පෙරලෙන ආධාරක දෙකක් මත නිශ්චලතාවයේ තබා ඇත. දක්ෂිණාවර්තව ඝූර්ණය $wl^2/9$ වන යුග්මයක් තිරස්ව දණ්ඩේ මධ්‍ය හරහා සවිකරන ලද නාදැත්තක් මතට යොදා ඇත. මෙහි ඒකක දිගක බර w මගින් නිරූපණය කරයි. දණ්ඩ සඳහා ව්‍යාකෘති ප්‍රත්‍යාබල සහ නම්‍ය ඝූර්ණ ප්‍රස්ථාර වල දළ රූප සටහන් අඳින්න.

---

4. (අ) ඒකාකාර බාල්කයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන්

$$EI\frac{d^4y}{dx^4} = w(x)$$

යන සම්බන්ධතාවය ලබාගන්න. මෙහි w යනු ඒකක දිගක බර ද, E යනු ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකයද සහ I යනු උදාසීන අක්ෂය වටා වූ හරස් කඩෙහි අවස්ථිති ඝූර්ණය ද වේ. බාල්කයෙහි වම අත පැත්තේ කෙලවරෙහි සිට x දුරකදී නම්‍ය ඝූර්ණය M වන විට

$$EI\frac{d^2y}{dx^2} = M$$

යන සම්බන්ධතාවය සපුරාලන බව ඔබට උපකල්පනය කල හැක.

සම්බන්ධිතයි.

(ආ) ඒකක දිගක බර w යන්න ඒකාකාර ලෙස ව්‍යාප්ත වූ දිග L වන AB බාල්කය සලකන්න. බාල්කයේ ප්‍රත්‍යාස්ථ වක්‍රයේ සමීකරණය සහ උපරිම උත්ක්‍රමය සොයන්න.

---

5. (අ) සාමාන්‍ය හෝ ඒකාකාර දාම වක්‍රයේ සමීකරණය:

(i) නිසග ආකාරයෙන්,

(ii) කාටීසියනු ආකාරයෙන්,

ලබා ගන්න.

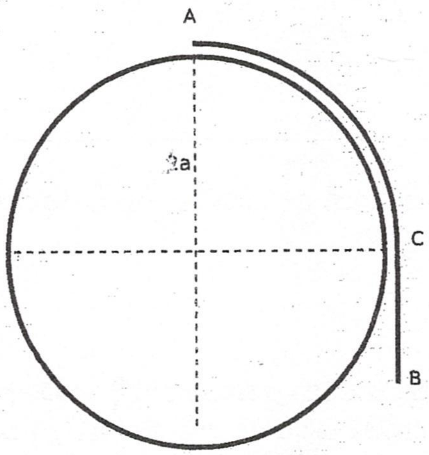
(ආ) දිග $4a$ සහ ඒකක දිගක බර w වන කඹයක් සිරස් තලයේ එල්ලාවැටුම $2b$ වනසේ සමතුලිතව පවතින පරිදි එකම මට්ටමේ වන ලක්ෂ්‍යයන් දෙකකට අවලව සවිකර ඇත. අඩුතම ලක්ෂ්‍යයේදී ආතතියේ තිරස් සංරචකය T_0 යන්න

$$\frac{w(a^2-b^2)}{b},$$

මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. (ඔබ භාවිතා කරනු ලබන සියලුම සම්බන්ධතාවයන් සාධනය කරන්න.)

---

6. ඒකාකාර බර ACB දම්වැලක් අරය a වන රළු සිරස් වෘත්තයක ඉහල පෘෂ්ඨය මත එහි A කෙලවර වෘත්තයේ උච්චම ලක්ෂ්‍යයේද CB කොටස සිරස්ව එල්ලා වැටෙමින් පහත රූපයේ පෙනෙන පරිදි සමතුලිතතාවයේ පවතී.



(i) සුපුරුදු අංකනයෙන් දම්වැල මත ක්‍රියාත්මක වන සියලුම බලයන් ලකුණු කරන්න.

(ii) දම්වැල සහ වෘත්තය ස්පර්ශ වන කොටස තුළ වූ ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයකදී එයට අදි ස්පර්ශකය සහ ලම්බකය ඔස්සේ බලයන්හි විභින්න කොටස් සොයන්න

(iii) දම්වැල නිදහසේ එල්ලා වැටෙන කොටසේ උපරිම දිග

$$\frac{2\mu+(\mu^2-1)e^{\mu\pi/2}}{1+\mu^2},$$

බව පෙන්වන්න; මෙහි μ යනු රළු වෘත්තය සහ දම්වැල අතර ඝර්ෂණ සංගුනකය වේ.

අවසාන පිටුව.