



**University of Ruhuna - Faculty of Science**  
**Bachelor of Science General Degree - Level I**  
**(Semester II) Examination - November/December 2016**

**Subject: Mathematics**

**Course Unit: MAT1142 (Mathematics for Bio Science students)**

**Time: Two (02) Hours**

**Answer Four (04) questions only. Calculators will be provided**

1. (a) Find  $a, b$  such that  $\frac{1+2i}{1-2i} = a+ib$ . Here  $i$  is the imaginary unit.

(b) Using the binomial theorem, show that

$$(2x-3)^4 = 16x^4 - 96x^3 + 216x^2 - 216x + 81.$$

(c) Solve the following equations for  $x$ :

(i)  $e^{2x} - 2e^x - 15 = 0$

(ii)  $\log_{10}(x+8) + \log_{10}(x-1) = 1$

(d) Verify the following trigonometric identities:

(i)  $\frac{\sin^4 x - \cos^4 x}{\sin^2 x - \cos^2 x} = 1$

(ii)  $\frac{\sin(x+y)}{\sin(x-y)} = \frac{\tan x + \tan y}{\tan x - \tan y}$

2. (a) Find the following limits:

(i)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x^3 - x}$

(ii)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 + 4x - 21}$

(iii)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 2x^2 - 1}{5 - 3x}$

(iv)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3}{5x^2 + 4x + 3}$

(b) Find the first derivative of each of the functions given below:

(i)  $y = e^{3x} \sin 3x$

(ii)  $y = e^{5x} \ln 5x$

(iii)  $y = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$

(iv)  $y = \frac{\sin 3x}{\sin 5x}$

(c) Find the stationary points of the curve  $y = 2x^3 - 7x^2 + 4x + 4$  and identify them as maximum or minimum points using the second derivative of  $y$ .

---

3. (a) Obtain the first partial derivatives of each function given below with respect to  $a$  and  $b$ :

(i)  $f(a, b) = a^3b - \sqrt{a+b}$

(ii)  $f(a, b) = e^{ab} + \frac{a}{b}$

(iii)  $f(a, b) = \frac{a^2 + b}{a + b^2}$

(iv)  $f(a, b) = \cos(a^3 + b^3)$

(b) If  $g(a, b) = \sqrt[4]{a^3 + b}$ , show that

$$\frac{\partial^2 g(a, b)}{\partial a \partial b} = \frac{\partial^2 g(a, b)}{\partial b \partial a}.$$

(c) Consider the three variable function given by  $h(a, b, c) = a^3bc + ab + ac + 2$ .

(i) Find the partial derivatives  $\frac{\partial h}{\partial a}$ ,  $\frac{\partial h}{\partial b}$  and  $\frac{\partial h}{\partial c}$ .

(ii) Show that the total differential of  $h$  at the point  $(1, 2, 3)$  is given by

$$dh = 23da + 4db + 3dc.$$

---

4. (a) Evaluate the following indefinite integrals:

(i)  $\int \left( \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$

(ii)  $\int (3x+2)^5 dx$

(iii)  $\int (e^{2x} + \sin 2x) dx$

(iv)  $\int \frac{3}{2x-3} dx$

(b) Use integration by parts to evaluate the integral

$$\int x \sin x dx.$$

(c) Find the constants  $A$  and  $B$  such that

$$\frac{1}{(x-1)(x+2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2}.$$

Hence, evaluate

$$\int \frac{1}{(x-1)(x+2)} dx.$$

---

5. (a) (i) Evaluate

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \cot x dx.$$

(ii) Find the constant  $A$  such that

$$\int_0^{\pi} A(\sin x + \cos x) dx = 1.$$



(b) Use the method of separation of variables to show that the solution of the differential equation

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2y; \text{ where } y = 1 \text{ when } x = 0,$$

is given by

$$y = e^{x^3}.$$

(c) Test whether the differential equation

$$(2xy - 3x^2) dx + (x^2 - 2y) dy = 0$$

is exact. If it is exact, find the solution.

---

6. (a) Classify the following variables as discrete or continuous.

- (i) Life time of an experimental rat
- (ii) Heights of a group of school children
- (iii) Number of bees in a beehive
- (iv) Amount of chlorine dissolved in one litre of tap water
- (v) Red blood cell count in a blood sample obtained from a patient

(b) The weights (in Kilograms) of a group of infants are given below:

2.7, 3.0, 3.1, 2.1, 3.2, 2.5, 3.4, 2.4, 3.8, 3.6

Find the

- (i) mean ( $\bar{x}$ ),
- (ii) median,
- (iii) mode,
- (iv) range, and
- (v) mean deviation

of this data set.

Construct a table with three columns having  $x_i$ ,  $(x_i - \bar{x})$  and  $(x_i - \bar{x})^2$  respectively and hence find the sample variance ( $s^2$ ), and the standard deviation ( $s$ ) for this data set.

---



# රුහුණ විශ්වවිද්‍යාලය - විද්‍යා පීඨය

## විද්‍යාවේදී සාමාන්‍ය උපාධි - පළමු ස්ථල

(දෙවන සමාසික) පරීක්ෂණය - නොවැම්බර්/දෙසැම්බර් 2016

විෂයය: ගණිතය

පාඨමාලා ඒකකය: MAT1142 (ජෛවීය විද්‍යා සිසුන් සඳහා ගණිතය)

කාලය: පැය දෙකයි (02)

ප්‍රශ්න හතර (04) කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ගණක යන්ත්‍ර සපයනු ලැබේ.

1. (අ)  $\frac{1+2i}{1-2i} = a+ib$  වන පරිදි  $a, b$  සොයන්න. මෙහි  $i$  යනු අතාර්ථික ඒකකය වේ.

(ආ) ද්විපද ප්‍රමෙයය භාවිතයෙන්

$$(2x-3)^4 = 16x^4 - 96x^3 + 216x^2 - 216x + 81$$

බව පෙන්වන්න.

(ඇ) පහත දැක්වෙන සමීකරණ  $x$  සඳහා විසඳන්න:

(i)  $e^{2x} - 2e^x - 15 = 0$

(ii)  $\log_{10}(x+8) + \log_{10}(x-1) = 1$

(ඈ) පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණමිතික සර්වසාමය සත්‍යාපනය කරන්න:

(i)  $\frac{\sin^4 x - \cos^4 x}{\sin^2 x - \cos^2 x} = 1$

(ii)  $\frac{\sin(x+y)}{\sin(x-y)} = \frac{\tan x + \tan y}{\tan x - \tan y}$

2. (අ) පහත දැක්වෙන සීමා සොයන්න:

(i)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x^3 - x}$

(ii)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 + 4x - 21}$

(iii)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 2x^2 - 1}{5 - 3x}$

(iv)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3}{5x^2 + 4x + 3}$

(ආ) පහත දී ඇති එක් එක් ශ්‍රිතයෙහි පළමු ව්‍යුත්පන්නය සොයන්න:

(i)  $y = e^{3x} \sin 3x$

(ii)  $y = e^{5x} \ln 5x$

(iii)  $y = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1}$

(iv)  $y = \frac{\sin 3x}{\sin 5x}$

(ඇ)  $y = 2x^3 - 7x^2 + 4x + 4$  වක්‍රයෙහි ස්ථාවර ලක්ෂ්‍ය සොයා  $y$  හි දෙවන ව්‍යුත්පන්නය භාවිතයෙන් ඒවා උපරිම හෝ අවම ලක්ෂ්‍ය ලෙස හඳුනා ගන්න.



3. (අ) පහත දී ඇති එක් එක් ශ්‍රිතයෙහි  $a$  සහ  $b$  ට සාපේක්ෂව පළමු ආංශික ව්‍යුත්පන්න ලබාගන්න:

(i)  $f(a, b) = a^3b - \sqrt{a+b}$

(ii)  $f(a, b) = e^{ab} + \frac{a}{b}$

(iii)  $f(a, b) = \frac{a^2 + b}{a + b^2}$

(iv)  $f(a, b) = \cos(a^3 + b^3)$

(ආ)  $g(a, b) = \sqrt[4]{a^3 + b}$  නම්

$$\frac{\partial^2 g(a, b)}{\partial a \partial b} = \frac{\partial^2 g(a, b)}{\partial b \partial a}$$

බව පෙන්වන්න.

(ඇ)  $h(a, b, c) = a^3bc + ab + ac + 2$  මගින් දී ඇති විචල්‍ය තුනක ශ්‍රිතය සලකන්න.

(i)  $\frac{\partial h}{\partial a}, \frac{\partial h}{\partial b}$  සහ  $\frac{\partial h}{\partial c}$  ආංශික ව්‍යුත්පන්න සොයන්න.

(ii)  $(1, 2, 3)$  ලක්ෂ්‍යයේදී  $h$  හි මුළු අවකලය

$$dh = 23 da + 4 db + 3 dc$$

මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

4. (අ) පහත දැක්වෙන අනිශ්චිත අනුකල අගයන්න:

(i)  $\int \left( \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$

(ii)  $\int (3x + 2)^5 dx$

(iii)  $\int (e^{2x} + \sin 2x) dx$

(iv)  $\int \frac{3}{2x - 3} dx$

(ආ)

$$\int x \sin x dx$$

අනුකලය ඇගයීමට කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතා කරන්න.

(ඇ)

$$\frac{1}{(x-1)(x+2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2}$$

වන පරිදි  $A$  සහ  $B$  නියත සොයන්න.

එනමින්

$$\int \frac{1}{(x-1)(x+2)} dx$$

අගයන්න.

5. (අ) (i)

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \cot x dx$$

අගයන්න.

(ii)

$$\int_0^{\pi} A(\sin x + \cos x) dx = 1$$

වන පරිදි  $A$  නියතය සොයන්න.

(ආ)

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2y; \text{ මෙහි } x = 0 \text{ විට } y = 1,$$

අවකල සමීකරණයෙහි විසඳුම

$$y = e^{x^3}$$

මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වීමට විචල්‍ය වෙන්කිරීමේ ක්‍රමය භාවිතා කරන්න.

(ඇ)

$$(2xy - 3x^2) dx + (x^2 - 2y) dy = 0$$

අවකල සමීකරණය සසිරි වෙ දැයි පරීක්ෂා කරන්න. සසිරි වෙ නම් විසඳුම සොයන්න.

6. (අ) පහත දැක්වෙන විචල්‍ය විචික්ත හෝ සංතනික ලෙස වර්ගීකරණය කරන්න.

- (i) පරීක්ෂණාත්මක මියෙකුගේ ආයු කාලය
- (ii) පාසල් ළමුන් කණ්ඩායමක උස
- (iii) මිවදයක සිටින මී මැස්සන් සංඛ්‍යාව
- (iv) නල ජලය ලීටරයක දියවී ඇති ක්ලෝරීන් ප්‍රමාණය
- (v) රෝගියෙකුගෙන් ලබාගත් රුධිර සාම්පලයක ඇති රතු රුධිර සෛල සංඛ්‍යාව

(ආ) ළදරුවන් කණ්ඩායමක බර (කිලෝග්‍රෑම් වලින්) පහත දී ඇත.

2.7, 3.0, 3.1, 2.1, 3.2, 2.5, 3.4, 2.4, 3.8, 3.6

මෙම දත්ත කුලකයෙහි

- (i) මධ්‍යන්‍යය ( $\bar{x}$ ),
- (ii) මධ්‍යස්ථය,
- (iii) මානය,
- (iv) පරාසය, සහ
- (v) මධ්‍යන්‍ය අපගමනය

සොයන්න.

පිළිවෙලින්  $x_i$ ,  $(x_i - \bar{x})$  සහ  $(x_i - \bar{x})^2$  අඩංගු තීර තුනකින් යුත් වගුවක් ගොඩනගා එනැයිත් මෙම දත්ත කුලකයෙහි නියැදි විචලනාවය ( $s^2$ ) සහ සමමත අපගමනය ( $s$ ) සොයන්න.