රුහුණ විශ්වවිද්‍යාලය

2016/2017 ශාස්ත්‍රවේදී (විශේෂ) උපාධි 4000 ස්ථලය

පළමු සමාසික පරීක්ෂණය - 2017 ඔක්තෝබර්/නොවැම්බර්

STS 41653 - බහුවිචල විශ්ලේෂණ ක්‍රම

ප්‍රශ්න හයකට (06) පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

ගණක යන්ත්‍ර භාවිතයට අවසර ඇත.

කාලය : පැය 03 යි.

---

01. (අ) $X = [X_1, \quad X_2, \quad X_3]^T$ $\quad$ X යනු $N_3(\mu, \Sigma)$ ලෙස ව්‍යාප්ත වී ඇත.

මෙහි $\mu^T = [-3 \quad 1 \quad 4]$ සහ $\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ වේ.

(i) X_2 හා X_3 ස්වායත්ත වන්නේ ද? (ලකුණු 02)

(ii) $Y_1 = \frac{X_1+X_2}{2}$ සහ $Y_2 = X_3$ නම් Y_2 න් Y_1 ස්වායත්ත වන්නේ ද? (ලකුණු 2.5)

(iii) $Y_1 = X_2$ සහ $Y_2 = X_2 - \frac{5}{2}X_1 - X_3$ නම් Y_2 න් Y_1 ස්වායත්ත වන්නේ ද? (ලකුණු 2.5)

(ආ) $Y = 3X_1 - 2X_2 + X_3$ වන විට X යන්න $N_3(\mu, \Sigma)$ වේ. මෙහි $\mu^T = [2 \quad -3 \quad 1]$ සහ $\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ වේ.

$$Y = a^T \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = [3 \quad -2 \quad 1] \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = a^T X$$ වන්නේ නම් Y හි මධ්‍යයනය,

විචලතාවය ගණනය කර එහි ව්‍යාප්තිය ගොඩනංවන්න.

(ලකුණු 03)

22

02. සිංහරාජ වනාන්තරය තුළ ඒකදේශීය සලබයන් පිළිබඳ ගවේෂණයක් පාරිසරික විද්‍යාඥයකු විසින් සිදුකරන ලද අතර, සිය තොරතුරු අනුව සලබයන්ගේ දිග (X_1) මිලිමීටර් වලින් ද පිහාටුවල සිට බඳෙහි මධ්‍යය සඳහා ඇති දුර (X_2) මිලිමීටර් වලින් හා බර (X_3) මිලිග්‍රෑම්වලින් ද මිනුම් කරන ලදී.

$X = [X_1, \quad X_2, \quad X_3]^T$ ලෙස ගන්න. එවිට X හි ව්‍යාප්තිය $N_3(\mu, \Sigma)$ වේ. මෙහි

$\mu^T = [60 \quad 10 \quad 80]$ සහ $\Sigma = \begin{bmatrix} 10 & 3 & 6 \\ 3 & 6 & 3 \\ 6 & 3 & 7 \end{bmatrix}$ වේ.

(i) $[X_1 \quad X_2 \mid X_3 = 75]$ විට අදාළ ව්‍යාප්තිය සොයන්න.

(ලකුණු 04)

(ii) Σ සහ μ නොදන්නේ යැයි උපකල්පනය කර ඇති විට පහත නිරීක්ෂණයන් සංගහනයෙන් සොයා ගන්නා ලදී. එය උපයෝගී කරගෙන ප්‍රතිචාරකවල මධ්‍යයන න්‍යාසය සඳහා අනභිනත නිමානකයක් ලබාදෙන්න.

$\begin{bmatrix} 60 \\ 12 \\ 79 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 62 \\ 13 \\ 82 \end{bmatrix}$ හා $\begin{bmatrix} 58 \\ 11 \\ 82 \end{bmatrix}$

(ලකුණු 03)

(iii) ඉහත (ii) කොටසට අදාළ ව නිමානකයේ විචලතාවය සඳහා අනභිනත නිමානකයක් ගණනය කරන්න.

(ලකුණු 03)

03. එක්තරා ඇමරිකානු වෛද්‍ය කණ්ඩායමක් ඩෙංගු වෛරසය සඳහා ප්‍රතිකර්ම කෙරෙහි සිය අධ්‍යයනයන් යොමු කරන ලද අතර, සිය නව ප්‍රතිජීවකය වන "A+BB Tanzan" මඟින් රෝගී කාලයේ රුධිර පට්ටිකා ප්‍රමාණය වර්ධනය කළ හැකි බැව් සොයා ගන්නා ලදී. එම ප්‍රතිජීවකයෙන් මිලිග්‍රෑම් 15 ක ප්‍රමාණයක් එන්නත් කළ පසු මොහොතේ ම රෝගීන්ගේ රුධිර සාම්පලයක් ගෙන පට්ටිකා ප්‍රමාණය මනිනු ලැබූ අතර, පැය දෙකක කාලයක් දක්වා මිනිත්තු 30 කට වරක් රුධිර පට්ටිකා ප්‍රමාණය මනිනු ලැබී ය. එසේ ම පැය තුනකට පසුව ඖෂධයක් ලෙස ප්‍රබල නොවූ වෙනත් ප්‍රතිජීවකයක් ද මොවුන්ට ම ලබා දුන් අතර එම කාල රාමුවට ම රුධිර සාම්පල ලබා ගන්නා ලදී.

(i) වෛද්‍ය කණ්ඩායමේ ගැටලුවට පිළිතුරක් වශයෙන් ගොඩගැනීමට අපේක්ෂිත සංඛ්‍යානමය පරීක්ෂණයේ කල්පිත පැහැදිලි දක්වන්න.

(ලකුණු 03)

(ii) ඉහත (i) කොටසකට අදාළ ව කල්පිත පරීක්ෂා කිරීම සඳහා ගොඩනගන ලද උපකල්පන මොනවා ද?

(ලකුණු 02)

(iii) අදාළ උපකල්පන මත පරීක්ෂණ සංඛ්‍යාතිය තෘප්ත කර පෙන්වන්න.

(ලකුණු 03)

(iv) අප්‍රතිශ්‍යේය කල්පිතය යටතේ ඉහත (iii) හි තෘප්ත කරන ලද ව්‍යාප්තිය කුමක් දැයි දක්වන්න.

(ලකුණු 02)

04. පර්යේෂකයකුට නව ඉගැන්වීම් ක්‍රමවේදයක ඵලදායිතාවය පරීක්ෂා කිරීමට අවශ්‍ය වී තිබෙන අතර ඒ සඳහා සිසුන් 50 දෙනෙකු බැගින් සසම්භාවී නියැදි දෙකක් ගෙන අදාළ පර්යේෂණය සිදුකරන ලදී. මෙහි සෑම ප්‍රතිචාරී ඒකකයකින් ම මිනුම් තුනක් බැගින් ලබා ගන්නා ලදී. පර්යේෂකයාගේ විශ්වාසය නව ඉගැන්වීම් ක්‍රමවේදයේ සෑම මිනුමක් ම 0.5 ක ඒකක ප්‍රමාණයකින් අධි ඇස්තමේන්තු වී ඇති බවයි.

X_1 = නව ඉගැන්වීම් ක්‍රමවේදය

X_2 = සම්ප්‍රදායික ඉගැන්වීම් ක්‍රමවේදය

(ලකුණු 03)

$$\mu_{X1} = [12.1 \quad 8.3 \quad 7.6]^T \qquad \mu_{X2} = [11.5 \quad 8.1 \quad 7.3]^T$$

$$\Sigma_{X1} = \begin{bmatrix} 0.4 & 0.2 & 0.7 \\ 0.2 & 0.8 & -0.4 \\ 0.7 & -0.4 & 10 \end{bmatrix} \qquad \Sigma_{X2} = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.6 & 0.1 \\ 0.6 & 2.2 & 1.1 \\ 0.1 & 1.1 & 3 \end{bmatrix}$$

(අ) (i) පර්යේෂකයාගේ විශ්වාසය පරීක්ෂා කිරීම සඳහා ඔබ ගොඩනංවන උපකල්පන මොනවා ද?

(ලකුණු 02)

(ii) අදාළ උපකල්පනයන්ට අනුකූල කල්පිත සඳහන් කර පරීක්ෂණ සංඛ්‍යාතිය ගොඩනංවන්න.

(ලකුණු 03)

23

(ආ) (i) පහත සඳහන් සංයුක්ත විචලතා න්‍යාසය සලකන්න.

$$Sp^{-1} = \begin{bmatrix} 4.37 & -1.12 & -0.21 \\ -1.12 & 0.96 & 0.02 \\ -0.21 & 0.02 & 0.17 \end{bmatrix}$$

ඒ ඇසුරින් (අ) (ii) හි පරීක්ෂණ සංඛ්‍යාතියට අදාළ අගයන් ගණනය කර අදාළ ව්‍යාප්තිය හඳුනාගන්න.

(ලකුණු 03)

(ii) 5% වෙසෙසියා මට්ටම යටතේ පරීක්ෂණ සංඛ්‍යාතියේ අවධි අගයන් ගණනය කර නිගමනය දක්වන්න.

ඉඟිය : $F^{3}_{(98-2)} = 2.76$

(ලකුණු 02)

05. (අ) $X = [x_{ij}]\ i = 1,2, \ldots\ldots\ldots, p \qquad j = 1,2, \ldots\ldots\ldots\ldots, n$ මඟින් දැක්වෙන්නේ සෑම n වූ ස්වායත්ත පද ප්‍රමාණයක් මත මනිනු ලැබූ p නම් විචල්‍යයක් හා සම්බන්ධ බහු විචලතා දත්ත සහිත න්‍යාසයක් යැයි උපකල්පනය කරන්න.

සෑම p ප්‍රමාණයක් සඳහා ම අදාළ වන පරිදි,

(i) මධ්‍යයනය $(\overline{x_i})$ සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබා දෙන්න. (ලකුණු 01)

(ii) නියැදි විචලතාව (s_{ij}) සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබා දෙන්න. (ලකුණු 02)

(iii) i සහ k වන විචල්‍යයන් අතර විචලතා සහවිචලතා න්‍යාසය සඳහා ප්‍රකාශනයක් ගොඩනංවන්න.

ඉඟිය $= \frac{s_{ik}}{\sqrt{s_{ii}}\sqrt{s_{kk}}}$ (ලකුණු 02)

(ආ) A නම් වූ පහත සඳහන් න්‍යාසයට අදාළ වන අයිගන් අගයන් (Eigen Values) හා අයිගන් දෛශික (Eigen Vectors) ගොඩනංවන්න.

මෙහි $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$ වේ. (ලකුණු 05)

06. (අ) (i) ප්‍රධාන සංරචක විශ්ලේෂණය (Principal Components Analysis) වශයෙන් කුමක් හැඳින්වේ දැයි කෙටියෙන් පැහැදිලි කරන්න.

(ලකුණු 01)

(ii) i වන ප්‍රධාන සංරචකය $(PCA_i = Y_i)$ ගොඩනංවන අයුරු න්‍යායාත්මක ව කෙටියෙන් විග්‍රහ කරන්න.

(ලකුණු 02)

(iii) සියලු ප්‍රධාන සංරචකයන් අනෙකා සමඟ සහසම්බන්ධ නොවන බව ඔප්පු කර දක්වන්න.

(ලකුණු 01)

(ආ) පර්යේෂකයකු විචල්‍යයන් 9 කට අදාළ ව නියැදි ඒකක 500 ක් ගෙන එක්තරා ප්‍රදේශයක සංවර්ධනය මිනුම් කිරීම උදෙසා යොදාගත් අධ්‍යයනයක ප්‍රතිඵල පහත දැක්වේ.

විචල්‍යයන්	අයිගන් අගයන්	ප්‍රධාන සංරචක ලකුණු අගය	ප්‍රධාන සංරචක				
			1	2	3	4	5
අධ්‍යාපනය	0.0120	0.0321	0.394	-0.273	0.027	0.129	0.059
දේශපාලනය	0.0039	0.1590	0.520	0.402	0.519	0.321	-0.001
ආහාර	0.0085	0.8743	0.985	0.126	-0.111	-0.091	0.059
කාලගුණය	0.3775	0.0351	0.190	0.017	0.207	0.082	0.173
ප්‍රවාහනය	0.0168	0.1501	0.585	0.085	0.234	0.192	0.220
ආර්ථික	0.0018	0.0195	0.142	0.150	0.239	0.211	0.109
නිවාස	0.0511	0.0933	0.544	0.020	0.204	0.015	0.200
ආරක්ෂාව	0.0230	0.1004	0.365	0.294	0.585	0.124	0.029
සෞඛ්‍යය	0.0279	0.4078	0.782	-0.605	0.144	0.089	0.102

(i) ආකෘතියේ විචලතාව වඩාත් හොඳින් විග්‍රහ කිරීම සඳහා ප්‍රධාන සංරචක කොපමණ ප්‍රමාණයක් අවශ්‍ය වේදැයි හේතු සහිත ව කෙටියෙන් පැහැදිලි කරන්න.

(ලකුණු 02)

(ii) පළමු ප්‍රධාන සංරචකය ගණනය කරන අයුරු දක්වන්න.

(ලකුණු 01)

(iii) අවශ්‍ය වන ප්‍රධාන සංරචකයන් විශ්ලේෂණාත්මක ව ඉදිරිපත් කරන්න.

(ලකුණු 02)

(iv) ප්‍රධාන සංරචකයන් වඩාත් හොඳින් විග්‍රහ කිරීමට විචල්‍යයන් සඳහා ඔබ කුමන වෙනසක් අපේක්ෂා කරයි ද? කෙටියෙන් පැහැදිලි කරන්න.

(ලකුණු 01)

07. (අ) (i) සාධක විශ්ලේෂණ (Factor Analysis) ආකෘතියේ උපකල්පන මොනවා ද?

(ලකුණු 02)

(ii) සාධක විශ්ලේෂණ ආකෘතියේ පරාමිතීන් ඇස්තමේන්තු කිරීම සඳහා යොදා ගන්නා ප්‍රධාන ක්‍රමවේදයන් 02 නම් කරන්න.

(ලකුණු 01)

(ආ) නියැදි සමීක්ෂණයකට අදාළ විචල්‍යයන් 06 ක් සඳහා ලබාගන්නා ලද ප්‍රතිඵල සටහනක් පහත වේ. අදාළ විචල්‍යයන් 1 සිට 5 දක්වා ප්‍රවර්ගික කර ඇති බව සලකන්න.

මෙහි නියැදි සහසම්බන්ධ න්‍යාසයට (Sample Correlation Matrix) හිමි අයිගන් අගයන්

2.89 1.79 0.47 0.32 0.29 0.24

Varimax වටමාරුව (Varimax Rotation) සිදුකළ පසු අදාළ විචල්‍යයන් වල පළමු සාධක භාරණයන් (Factor Loadings) පහත දැක්වේ.

	විචල්‍යයන්					
	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	Y_6
සාධකය 1	0.86	0.89	0.89	0.06	0.11	0.14
සාධකය 2	0.42	0.11	0.15	0.85	0.90	0.87

(i) මුළු විචලතාවයෙන් මුල් සාධක දෙක විග්‍රහ වන ප්‍රමාණය ගණනය කර ඔබේ පිළිතුර පැහැදිලි කරන්න.

(ලකුණු 02)

(ii) විචල්‍යයන් සමූහයටම පොදුවන් ඇස්තමේන්තු (Communality Estimates) ගණනය කර දක්වන්න.

(ලකුණු 02)

(iii) විචල්‍යයන් සියල්ල සමඟ පවතින විශේෂිත විචලතාවයේ ඇස්තමේන්තු (Estimates of Specific Variances) ගණනය කර දක්වන්න.

(ලකුණු 02)

(iv) පළමු සාධකය සහ පළමු විචල්‍යය අතර පවතින සහ විචලතාවය කොපමණ වේදැයි දක්වන්න.

(ලකුණු 01)

08. (අ) (i) සෞත්‍රික සහසම්බන්ධතා විශ්ලේෂණය (Canonical Correlation Analysis) වශයෙන් දක්වන්නේ කුමක් දැයි කෙටියෙන් පැහැදිලි කරන්න.

(ලකුණු 02)

(ii) සහසම්බන්ධතාවයේ විශේෂිත වර්ගයක් වූ සෞත්‍රික සහසම්බන්ධතා විශ්ලේෂණ ක්‍රමවේදය තුළ ***i*** වන සෞත්‍රික විචල යුගලය (U_i, V_i) ගොඩනංවන අයුරු විස්තරාත්මක දක්වන්න.

(ලකුණු 02)

(ආ) එක්තරා ආයතනයක විකුණුම්කාර සාධන කෙරෙහි බලපාන සාධකයන් පිළිබඳ අධ්‍යයනය කිරීම අදාළ ආයතනයේ ආයතනික විශ්ලේෂකට අවශ්‍ය වී ඇත. ඒ සඳහා සසම්භාවී ලෙස නියැදි ඒකක $n = 50$ ලෙස සේවකයින් සමීක්ෂණයට යොදාගත් අතර විචල්‍ය කාණ්ඩ වර්ග 02 මිණුම් කරන ලදී.

1: විකුණුම් කාර්යසාධනය

- විකුණුම් වර්ධනය (growth)
- විකුණුම් ලාභදායිත්වය (profit)
- නව විකුණුම් ගිණුම් (new)

2: බුද්ධි මට්ටමේ ප්‍රමාණය මිණුම් කිරීමක් ලෙස පරීක්ෂණ ලක්ෂණ

- නිර්මාණශීලීත්වය (create)
- කාර්මික දැනුම (mech)
- භාවාත්මික දැනුම (obs)
- ගණිතමය හැකියා (math)

අදාළ විචල්‍යයන්හි තොරතුරු හා දත්ත පාදක කරගනිමින් සෞත්‍රික සහසම්බන්ධතා විශ්ලේෂණ ක්‍රමවේදයක් සිදුකරන ලද අතර එයට අදාළ SAS මෘදුකාංගයේ සාරාංශ ප්‍රතිඵල සටහන් පහත දැක්වේ.

Test of Ho; The Canonical Correlations in the current row and all the follow are zero

	Likelihood ratio	Approximate F value	Num DF	Den DF	Pr > F
1	0.00244847	87.39	12	114.06	<0.0001
2	0.19824127	18.53	6	88	<0.0001
3	0.85284669	3.88	2	45	0.0278

Canonical Correlation Analysis

	Canonical Correlation	Adjusted Canonical Correlation	Approximate Standard Error	Squared Canonical Correlation
1	0.994523	0.995051	0.001632	0.988997
2	0.879405	0.873162	0.033821	0.781091
3	0.398451	0.366893	0.121794	0.157132

Canonical Correlation Analysis

Row Canonical Coefficients for the Sales Variables

	Sales1	Sales2	Sales3
growth	0.0623887983	-0.174082106	-0.377152934
profit	0.0209367821	0.2421650921	0.108219231
new	0.078259349	-0.23829431	0.382519671

Row Canonical Coefficients for the Test Scores

	Scores 1	Scores 2	Scores 3
create	0.0697832115	-0.192391523	0.25695231291
mech	0.0306219632	0.251974921	-0.1415321925
abs	0.073567126	-0.495863951	-0.2800234411
math	0.0628399791	0.602516097	0.0113329211

Correlations between the Sales Variables and their Canonical Variables

	Sales1	Sales2	Sales3
growth	0.9798	0.0004	-0.1988
profit	0.9872	0.3215	0.0069
new	0.9691	-0.1893	0.2539

Correlations between the Test Scores and their Canonical Variables

	Scores 1	Scores 2	Scores 3
create	0.6529	-0.2192	0.6552
mech	0.7253	0.2355	-0.0781
abs	0.6582	-0.5022	-0.6524
math	0.9542	0.1887	-0.0966

(i) විචල්‍යයන් කාණ්ඩ දෙක අතර කිසියම් සබඳතාවක් පවතී දැ යි දක්වන්න.

(ලකුණු 01)

(ii) සෞත්‍රික සහසම්බන්ධතාවයේ ඇස්තමේන්තු ලබාගන්න.

(ලකුණු 01)

(iii) ඇස්තමේන්තුගත සෞත්‍රික සංගුණකයන් අදාළ විචල්‍ය කාණ්ඩ සඳහා වෙන වෙන ම ගොඩනංවන්න.

(ලකුණු 03)

(iv) අදාළ විශ්ලේෂණයේ වන සංරචකයන් පැහැදිලි ව නිරූපණය කරන්න.

(ලකුණු 01)

@@@@@@@@@