



රුහුණ විශ්වවිද්‍යාලය - විද්‍යා පීඨය
විද්‍යාවේදී සාමාන්‍ය උපාධි - පළමු ස්ථල
(පළමු සමාසික) පරීක්ෂණය - ජූලි 2015

විෂයය: ගණිතය

පාඨමාලා ඒකකය: : MAT1142 / MMA1b30 (ජෛවීය විද්‍යා සිසුන් සඳහා ගණිතය)

කාලය: පැය දෙකයි (02)

ප්‍රශ්න හතර (04) කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ගණක යන්ත්‍ර සපයනු ලැබේ.

1. (අ) z යනු x, y තාත්වික සංඛ්‍යා සහ i අතාත්වික ඒකකය වන $x + iy$ ආකාරයේ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් යැයි ගනිමු.

(i) z හි සංකීර්ණ ප්‍රතිබද්ධය \bar{z} ලියන්න.

(ii) සෑමවිටම $z\bar{z}$ සහ $z + \bar{z}$ තාත්වික බව පෙන්වන්න.

$\frac{2 + 3i}{3 - 2i}$ යන්න $x + iy$ ආකාරයෙන් ලියා x, y නිර්ණය කරන්න.

(ආ) ද්විපද ප්‍රසාරණය භාවිතයෙන්

$$\left(x + \frac{2}{x}\right)^5 = x^5 + 10x^3 + 40x + \frac{80}{x} + \frac{80}{x^3} + \frac{32}{x^5}$$

බව පෙන්වන්න.

(ඇ) නියැදියක ඇති බැක්ටීරියා සංඛ්‍යාව N යන්න $N = 800e^{-0.25t}$ මගින් දෙනු ලබන අතර මෙහි t කාලය තත්පර වලින් මැන ඇත.

(i) $t = 0$ හිදී බැක්ටීරියා සංඛ්‍යාව සහ

(ii) බැක්ටීරියා සංඛ්‍යාව 100 වීමට ගතවන කාලය සොයන්න.

(ඈ) $\sin(A + B)$ සහ $\cos(A + B)$ සඳහා සූත්‍ර ලියා දක්වන්න.

එනමින්, $\sin 2A$ සහ $\cos 2A$ සඳහා ප්‍රකාශන $\sin A$ සහ $\cos A$ ඇසුරෙන් ලබා ගන්න. ඉහත ඔබ ලබාගත් ප්‍රකාශන භාවිතයෙන්

$$\cot 2A = \frac{\cot^2 A - 1}{2 \cot A}$$

බව පෙන්වා $\cos A = \frac{1}{2}$ සහ $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ බව දී ඇතිවිට $\cot 2A$ සොයන්න.

2. (අ) පහත දැක්වෙන සීමා සොයන්න.

(i) $\lim_{a \rightarrow 0} \frac{(a + 4)^3 - 64}{a}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}$

$$(iii) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x}{x+1}$$

$$(iv) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 3x}$$

(ඌ) ප්‍රථම මූලධර්ම භාවිතයෙන් $y = x^2 - 2x$ ශ්‍රිතය x ට සාපේක්ෂව අවකලනය කරන්න.

(ඌ) පහත දී ඇති එක් එක් ශ්‍රිතයෙහි පළමු ව්‍යුත්පන්නය සොයන්න.

$$(i) y = x^3 + \sqrt{x} + \frac{3}{x} - 1$$

$$(ii) y = \sin 3x \cos 3x$$

$$(iii) y = e^{5x} \ln 5x$$

$$(iv) y = \frac{2-x}{1+3x}$$

(ඌ) $y = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ ශ්‍රිතය මගින් දී ඇති වක්‍රයට $x = 1/2$ සහ $x = -1$ හිදී හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දෙකක් ඇත.

(i) $(-2, 2)$ ලක්ෂ්‍යයද වක්‍රය මත යැයි දී ඇත්නම්, a, b සහ c හි අගයයන් සොයන්න.

(ii) දෙවන ව්‍යුත්පන්න පරීක්ෂාව භාවිතයෙන් ඉහත හැරුම් ලක්ෂ්‍ය උපරිම හෝ අවම ලක්ෂ්‍ය ලෙස හඳුනා ගන්න.

3. (ඌ) පහත දී ඇති එක් එක් ශ්‍රිතයෙහි x සහ y ට සාපේක්ෂව පළමු ආංශික ව්‍යුත්පන්න ලබාගන්න.

$$(i) f(x, y) = x^5 y^2 + 9x^3 y^4 + x^2 y^6 + 3x$$

$$(ii) f(x, y) = x^2 e^y + y^3 \ln x$$

$$(iii) f(x, y) = x \cos y + y \sin x$$

$$(iv) f(x, y) = y \frac{\ln x}{x}$$

(ඌ) $g(x, y) = 4x^2 - 8xy^4 + 7y^5 - 3$ නම්

$$\frac{\partial^2 g(x, y)}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 g(x, y)}{\partial y \partial x}$$

බව පෙන්වන්න.

(ඌ) $h(p, q, r) = p^3 q^2 r + p^2 q + 3pr + 5$ මගින් විචල්‍ය තුනක ශ්‍රිතයක් දී ඇත.

(i) $\frac{\partial h}{\partial p}, \frac{\partial h}{\partial q}, \frac{\partial h}{\partial r}$ ආංශික ව්‍යුත්පන්න සොයන්න.

(ii) $(1, 2, 1)$ ලක්ෂ්‍යයේදී h හි මුළු අවකලය $dh = 19dp + 5dq + 7dr$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

4. (ඌ) පහත දැක්වෙන අනිශ්චිත අනුකල අගයන්න.

$$(i) \int (2x^4 + \frac{5}{x^3} + 7\sqrt{x} + 5) dx$$

$$(ii) \int (2 + 5x)^7 dx$$

$$(iii) \int (e^{2x} + \sin 2x) dx$$

$$(iv) \int \frac{3x}{x^2 + 5} dx$$

(ආ) සුදුසු ආදේශයක් භාවිතයෙන්

$$\int \frac{1}{\sqrt{x+1}} dx = 2\sqrt{x} - 2\ln(\sqrt{x} + 1) + C,$$

බව පෙන්වන්න. මෙහි C යනු අභිමත නියතයක් වේ.

(ඈ) පහත දැක්වෙන අනුකල ඒගයිමට කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතා කරන්න.

(i) $\int \ln x dx$

(ii) $\int x \sin x dx$

(ඈ)

$$\frac{1}{(x-1)(x+2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2}.$$

වන පරිදි A සහ B නියත සොයන්න.

එනැයිත්

$$\int \frac{1}{(x-1)(x+2)} dx.$$

අගයන්න.

5. (ඈ) (i)

$$\frac{1}{2.303} \int_{100}^{1000} \frac{1}{c} dc = 1.$$

බව පෙන්වන්න.

(ඉභිය : ඔබට අවශ්‍ය නම් $\frac{1}{\log_{10} e} = 2.303$ යන්න භාවිතා කළ හැක.)

(ii) හින්න භාග භාවිතයෙන්

$$\int_4^6 \frac{1}{x^2 - 9} dx$$

අගයන්න.

(ඈ)

$$\tan x \frac{dy}{dx} = y,$$

අවකල සමීකරණයෙහි විසඳුම

$$y = 3\sqrt{2} \sin x$$

ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි $x = \frac{\pi}{4}$ වන විට $y = 3$ වේ.

(ඈ)

$$\frac{dx}{dt} = K(1-x)^3$$

බව දී ඇත. මෙහි K නියතයක් වන අතර $t = 0$ වන විට $x = 0$ වේ.

$$(1-x)^{-2} = 2Kt + 1$$

බව පෙන්වන්න.

(ඉභිය : ඉහත (ආ) සහ (ඇ) සඳහා විචල්‍ය වෙන්කිරීමේ ක්‍රමය භාවිතා කරන්න.)

6. (ආ) පහත දැවෙන විචල්‍ය විවික්ත හෝ සංගතික ලෙස වර්ගීකරණය කරන්න.

- (i) මිනිස් සිරුරෙහි රතු රුධිර සෛල සංඛ්‍යාව
- (ii) ශාක පත්‍රවල පොස්පරස් සංයුතිය
- (iii) ජීවී මියෙකුගේ හෘද ස්පන්දන වේගය
- (iv) CFL බල්බයක ආයු කාලය
- (v) අක්කරයක රබර් කිරි අස්වැන්න

(ආ) අඛණ්ඩ ඇගයුම සහිත පාඨමාලා ඒකකයක එකිනෙකට වෙනස් කොටස් තුනක් සඳහා මුළු ලකුණු සංඛ්‍යාවෙන් පිළිවෙලින් 20%, 35% සහ 45% ලැබේ. සිසුවෙකු මෙම කොටස් තුන සඳහා පිළිවෙලින් 65%, 45% සහ 55% ලෙස ලකුණු ලබා ගනී. සිසුවාගේ අවසාන ලකුණ ගණනය කරන්න.

(ඇ) විභාගයකදී සිසුන් 20 දෙනෙකු ලබාගත් ලකුණු පහත දී ඇත.

60, 83, 71, 81, 74, 56, 64, 72, 54, 84, 63, 50, 83, 60, 83, 52, 80, 84, 71, 75

මෙම දත්ත කුලකයෙහි මධ්‍යන්‍යය (\bar{x}) සොයන්න.

පිළිවෙලින් x_i , $(x_i - \bar{x})$ සහ $(x_i - \bar{x})^2$ අඩංගු තීර තුනකින් යුත් වගුවක් ගොඩනගා එනැයිත් මෙම දත්ත කුලකයෙහි නියැදි විචලතාවය (s^2) සහ සමමත අපගමනය (s) සොයන්න.