

රුහුණ විශ්වවිද්‍යාලය
සාමාන්‍ය විද්‍යා උපාධි දෙවන ස්ථල (පලමු සමාසික)
පරීක්ෂණය - 2016 ජූලි

විෂයය: ගණිතය

සාධමාලා ඒකකය : MAT2123 / MPM 2123 . (තාත්වික විශ්ලේෂණය II)

කාලය: පැය දෙකයි (02)

ප්‍රශ්න 04 කට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න
ගණන යන්ත්‍රයක් සපයනු ලැබේ

1. (අ) අනුක්‍රමණයක් හා ශ්‍රේණියක් අතර වෙනස කුමක්ද?

(ආ) අභිසාරී ශ්‍රේණියක් යනු කුමක්ද? අපසාරී ශ්‍රේණියක් යනු කුමක්ද? සෑම අවස්ථාවක් සඳහාම උදාහරණයක් දෙන්න.

(ඇ) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 5$ යන්නෙන් අදහස් වන්නේ කුමක් දැයි විස්තර කරන්න.

(ඈ) $a_n = \frac{3n}{3n+1}$ ලෙස ගනිමු. මෙහි $n \in \mathbb{N}$.

(i) $\{a_n\}$ අභිසාරී ද නැතිද යන්න නිර්ණය කරන්න.

(ii) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ අභිසාරී ද නැතිද යන්න නිර්ණය කරන්න.

(ඉ) පහත ශ්‍රේණි අභිසාරී ද අපසාරී ද යන්න නිර්ණය කරන්න. ඒවා අභිසාරී නම් ඒවාගේ අගයන් සොයන්න.

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} \arctan n$

(ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{e^n} + \frac{1}{n(n+1)} \right]$.

2. (අ) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ හා $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ ධන පද සහිත ශ්‍රේණි යැයි සහ $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ අභිසාරී වේ යැයි සිතමු.

(i) සියලු n සඳහා $a_n > b_n$ වේ නම්, ඔබට $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ගැන කුමක් කිව හැකිද? ඒ ඇයි?

(ii) සියලු n සඳහා $a_n < b_n$ වේ නම්, ඔබට $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ගැන කුමක් කිව හැකිද? ඒ ඇයි?

(ආ) පහත ශ්‍රේණි අභිසාරී වෝ අපසාරී දැයි තීරණය කරන්න.

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^4}{2n^3+1} \right)$

(ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\cos^2 n}{n^2+1} \right)$

(iii) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+\sin n}{10^n} \right)$.

(ඇ) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^3+1} \right)$ ශ්‍රේණියෙහි ආසන්න අගය ඇගයීම සඳහා පලමු පද 100 භාවිතා කරන්න. මෙම නිමැවීමකට අදාළ දෝෂය නිගාමය කරන්න.

3. (අ) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ හා $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ ධන පද සහිත ශ්‍රේණි සහ $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ අභිසාරී යැයි සිතමු. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_n}{b_n} \right) = 0$ නම් $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ අභිසාරී බවද සාධනය කරන්න.

(ආ) පහත ශ්‍රේණි අභිසාරී වේ යැයි පෙන්වීම සඳහා (අ) කොටස භාවිතා කරන්න.

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^3}$

(ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt{(n)e^n}}$.

(ඇ) $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ අපසාරී නමුත් $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ අභිසාරී වන $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_n}{b_n} \right) = 0$ වන පරිදි වූ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ හා $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ ධන පද සහිත ශ්‍රේණි දෙකක් සඳහා උදාහරණයක් දෙන්න.

4. (අ) ඒකාන්තර ශ්‍රේණියක් යනු කුමක්ද?

(ආ) ඒකාන්තර ශ්‍රේණියක් අභිසාරී වන්නේ කුමන තත්වයන් යටතේද?

(ඇ) මෙම තත්වයන් තෘප්ත කරයි නම්, පද n වලින් පසු ඉතිරිය ගැන ඔබට කුමක් කිව හැකිද?



(අ) අභිසාරිතාව හෝ අසසාරිතාව සඳහා පහත ශ්‍රේණි පරීක්ෂා කරන්න.

(i) $\frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} + \frac{1}{11} - \dots$

(ii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos n\pi}{n^4}$

(ඉ) පහත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව පෙන්වන්න. දක්වා ඇති නිවර්තනවලට සෙවීම සඳහා පද කොපමණ ප්‍රමාණයක් එකතු කළ යුතුද?

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^6} \quad (|error| < 0.00005).$$

5. (අ) power series එකක් යනු කුමක්ද? ?

(ආ) power series හි අභිසාරී අරය යනු කුමක්ද? ඔබ එය සොයන්නේ කෙසේද?

(ඇ) power series හි අභිසාරී ප්‍රාන්තරය යනු කුමක්ද? ඔබ එය සොයන්නේ කෙසේද?

(ඈ) ශ්‍රේණියෙහි අභිසාරී අරය හා අභිසාරී ප්‍රාන්තරය සොයන්න.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2+1}$$

(ඉ) පලමුව හිතන හානි භාවිතයෙන්, ශ්‍රිතය, power series හි එකතුවක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

$$f(x) = \frac{3}{x^2-x-2}$$

6. (අ) $[a, b]$ සංවෘත ප්‍රාන්තරයක් සහ $f, [a, b]$ මත පර්යන්ත ශ්‍රිතයක් යැයි ගනිමු. පහත දෑ අර්ථ දක්වන්න.

- (i) $[a, b]$ විභාජනයක්
- (ii) $[a, b]$ වසා f හි රීමාන් උඩින් ජෙකනය
- (iii) $[a, b]$ වසා f හි රීමාන් යටින් ජෙකනය
- (iv) f හි උඩින් රීමාන් අනුකලය
- (v) f හි යටින් රීමාන් අනුකලය
- (vi) f හි රීමාන් අනුකලය.

(ආ) $[a, b]$ වසා f රීමාන් අනුකලය යැයි ගනිමු.

- (i) $[a, b]$ වසා $|f|$ රීමාන් අනුකලය
 - (ii) $|\int_a^b f dx| < \int_a^b |f| dx$
- බව සාධනය කරන්න.

(ඇ) $\int_1^2 f dx = \frac{11}{2}$. මෙහි $f(x) = 3x + 1$ වේ.